

## Tiro parabólico

### REGISTRO PUNTO A PUNTO DE LAS “PARÁBOLAS DE TIRO”

- Determinación del alcance en dependencia con el ángulo y la velocidad de disparo.
- Cálculo de la velocidad de disparo a partir del alcance máximo del tiro.
- Registro punto a punto de las “Parábolas de tiro” en dependencia con el ángulo y la velocidad de disparo.
- Comprobación del principio de superposición.

UE1030400

03/16 JS

### FUNDAMENTOS GENERALES

El movimiento de una esfera que se dispara en el campo gravitacional bajo un ángulo con respecto a la horizontal se compone de la superposición de un movimiento con velocidad constante en la dirección de disparo y un movimiento de caída libre. El resultado es una curva de vuelo parabólica, cuya altura y alcance dependen del ángulo de disparo  $\alpha$  y de la velocidad de disparo  $v_0$ .

Para el cálculo de la curva de vuelo, y hacerlo lo más sencillo posible, se fija el origen del sistema de coordenadas en el centro de la esfera en el momento del disparo y se desprecia además la fricción del aire sobre la esfera. Entonces la esfera mantiene su velocidad inicial en dirección horizontal,

$$v_x(0) = v_0 \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

y alcanza por lo tanto en el momento  $t$  la distancia horizontal

$$x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \quad (2)$$

En dirección vertical, bajo la influencia del campo gravitacional, la esfera experimenta una aceleración de caída libre  $g$ . En el momento  $t$ , por lo tanto su velocidad será

$$v_y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t \quad (3)$$

y la distancia vertical

$$y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (4)$$

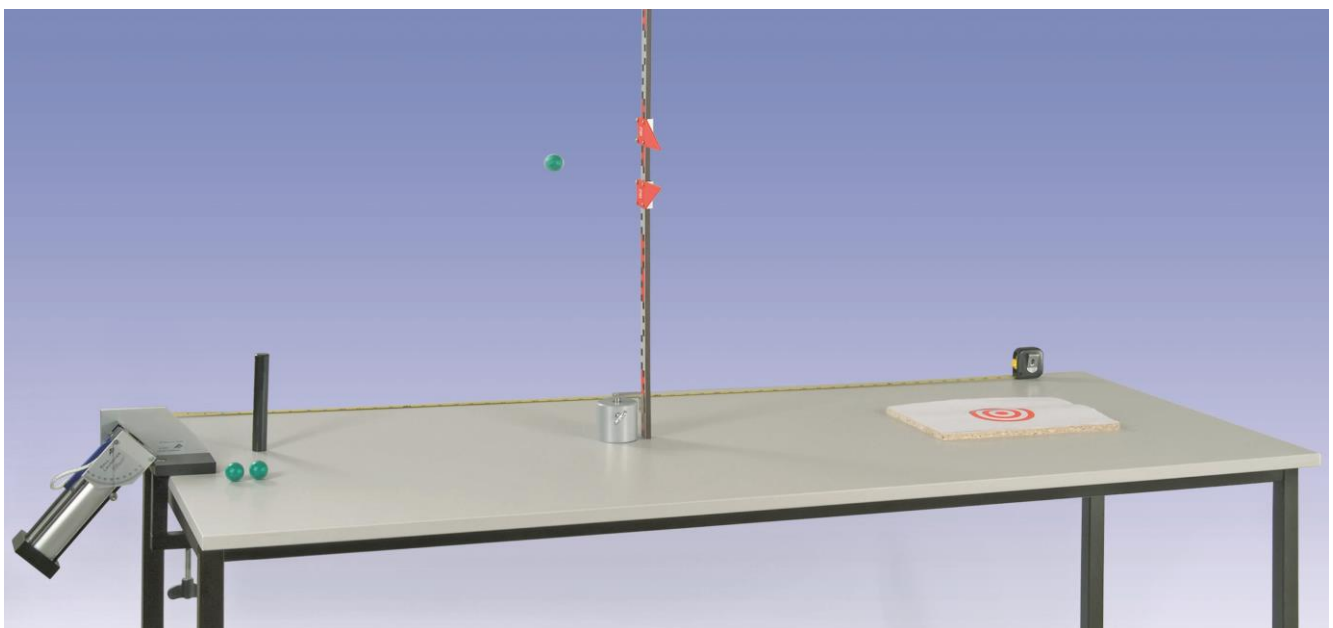


Fig. 1: Montaje de medición para el registro punto a punto de la “parábola de tiro”

**LISTA DE EQUIPOS**

1 Equipo de lanzamiento	1002654 (U10360)
1 Soporte para equipo de lanzamiento	1002655 (U10361)
1 Escala de alturas, 1 m	1000743 (U8401560)
1 Juego de índices para las escalas	1006494 (U8401570)
1 Base con orificio central, 1 kg	1002834 (U13265)
1 Cinta métrica de bolsillo, 2 m	1002603 (U10073)

La curva de vuelo de la esfera tiene la forma de una parábola, porque obedece a la ecuación

$$y(x) = \tan \alpha \cdot x - \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{(v_0 \cdot \cos \alpha)^2} \cdot x^2 \tag{5}$$

En el momento

$$t_1 = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \tag{6}$$

la esfera alcanza el punto más alto de la parábola y en el momento

$$t_2 = 2 \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \tag{7}$$

llega nuevamente a la altura inicial 0. Es decir que la altura de la parábola es:

$$h = y(t_1) = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \cdot \sin^2 \alpha \tag{8}$$

y su correspondiente alcance

$$s = x(t_2) = 2 \cdot \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \tag{9}$$

En el experimento se miden punto a punto las curvas de vuelo de una esfera de madera utilizando una escala vertical con dos índices de distancia, en dependencia con el ángulo y la velocidad de de disparo (véase fig. 3). La componente horizontal  $x$  de la curva de vuelo se obtiene de la distancia horizontal  $X$  medida con una cinta métrica hasta el borde derecho del soporte:

$$x = X + 110 \text{ mm} \tag{10}$$

La componente vertical  $y$  se calcula a partir de las posiciones  $Y_1$  e  $Y_2$  de ambos índices, suponiendo que la esfera vuela exactamente por

la mitad entre ellos. En este caso se debe considerar que el punto cero de la medición de la altura se encuentra a la altura del borde superior de la mesa, mientras que la esfera arranca 37,5 mm por encima de allí.

$$y = \frac{Y_2 + Y_1}{2} - 37,5 \text{ mm} \tag{11}$$

La desviación máxima del valor calculado con respecto al valor real es:

$$\Delta y = \frac{Y_2 - Y_1}{2} - 12,5 \text{ mm} \tag{12}$$

**MONTAJE**

- Se fija el soporte para el aparato de tiro en el lado frontal de una mesa de por lo menos 2 m de largo y se monta el aparato de tiro siguiendo las instrucciones de uso.
- Se desenrolla la cinta métrica – iniciando en el borde derecho del soporte para el aparato de tiro – y se fija sobre la mesa.
- El blanco de la Fig. 2 se coloca en la mesa sobre una base de 25 mm de espesor a una distancia prudente con respecto al aparato de tiro.
- En la parte de atrás se fija un tabique vertical de “captura” para la esfera que sigue saltando.



Fig. 2: Blanco para la caída de la esfera

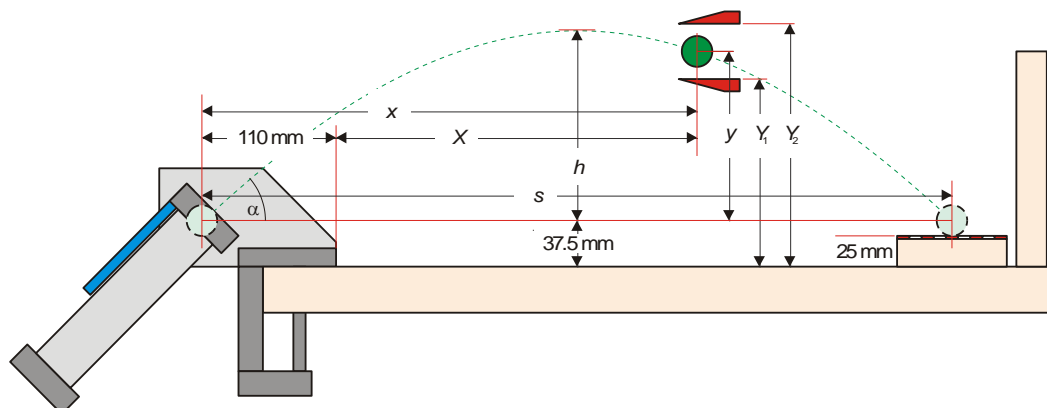


Fig. 3: Representación esquemática

## ADVERTENCIAS DE SEGURIDAD

A pesar de que la energía de tiro de la esfera es muy baja, ésta no debe nunca dar en un ojo.

- ¡Nunca vea directamente en el cañón del aparato de tiro!
- La posición de la esfera se comprueba sólo a través de los orificios laterales del aparato de tiro.
- Antes del disparo esté seguro que nadie se encuentre en la órbita de vuelo.

## EJECUCIÓN

### Determinación del alcance del tiro en dependencia con el ángulo de lanzamiento:

- Ajuste un ángulo de lanzamiento de  $\alpha = 30^\circ$ .
- Se coloca el blanco a una distancia de aprox. 1 m.
- Se carga el aparato de tiro hasta la mínima tensión de muelle, siguiendo las instrucciones de uso.
- Se lanza la esfera y se sigue la órbita de la misma.
- Se desplaza el blanco hacia el punto de incidencia de la esfera.
- Se repite el lanzamiento de la esfera y se corrige la posición del blanco hasta que la esfera incida sobre el centro del blanco.
- Se determina la distancia  $X$  del centro del blanco y se anota en la tabla 1.
- Se realizan mediciones secuenciales para los ángulos de lanzamiento  $\alpha = 45^\circ, 60^\circ$  y  $75^\circ$ .
- De las distancias  $X$  en la tabla 1, según (10), se calculan los alcances  $s$ .

### Determinación del alcance de tiro máximo en dependencia con la velocidad de lanzamiento:

- Ajuste un ángulo de lanzamiento de  $\alpha = 45^\circ$ .
- Se carga el aparato de tiro hasta una tensión de muelle intermedia, siguiendo las instrucciones de uso.
- Se dispara la esfera y se sigue la órbita de la misma.
- Se desplaza el blanco hacia el punto de incidencia de la esfera.
- Se repite el lanzamiento de la esfera y se corrige la posición del blanco hasta que la esfera incida sobre el centro del blanco.
- Se determina la distancia  $X$  del centro del blanco y se anota en la tabla 2.
- Se realiza la medición también con la máxima tensión del muelle.
- En la tabla 2, de las distancias  $X$ , según (10) se calculan los alcances de tiro máximos  $s_{\max}$ .

### Registro punto a punto de la “parábola de tiro“ en dependencia con el ángulo de lanzamiento:

- Se ajusta un ángulo de lanzamiento de  $\alpha = 30^\circ$  y se coloca el blanco de tal forma que la esfera incida en el centro, fijando una tensión de muelle mínima.
- Se monta la escala de alturas en el pie soporte y se coloca en  $X = 100$  mm.
- Se fija el par de índices en  $Y_1 = 110$  mm  $Y_2 = 140$  mm.
- Se dispara la esfera con una tensión de muelle mínima y se comprueba si la misma incide en el centro del blanco sin impedimentos.
- Si es necesario, se corrigen las posiciones de los índices hasta que la esfera incida en el centro del blanco.
- Se anotan en la tabla 3 los valores para  $X$ ,  $Y_1$  y  $Y_2$  y de ellos se calculan  $x$ ,  $y$ ,  $\Delta y$ .
- Se aumentan las distancias  $X$  en pasos de 50 mm y cada vez se corrigen las posiciones de los índices hasta que la esfera incida en el centro del blanco ajustando una tensión de muelle mínima.
- Se realizan también las mediciones para los ángulos de lanzamiento  $\alpha = 45^\circ, 60^\circ$  y  $75^\circ$  los resultados se anotan en las tablas 4, 5 y 6.
- Si se tiene a disposición suficiente espacio de experimentación, se realizan mediciones para mayores tensiones de muelle.

## EJEMPLO DE MEDICIÓN

### Determinación del alcance de tiro en dependencia con el ángulo de disparo:

Tab. 1: Alcance en dependencia con el ángulo de lanzamiento y la velocidad de disparo mínima

$\alpha$	$X$ / mm	$s$ / mm
$30^\circ$	920	1030
$45^\circ$	1100	1210
$60^\circ$	910	1020
$75^\circ$	465	575

Tab. 2: Máximo alcance en dependencia con la velocidad de disparo

Tensión de muelle	$X$ / mm	$s_{\max}$ / mm	$v_0$ / m/s
1	1100	1210	3,45
2	2230	2340	4,79
3	4490	4600	6,72

**Registro punto a punto de la "parábola de vuelo" en dependencia con el ángulo de disparo:**

Tab. 3: Coordenadas de la curva de vuelo para un ángulo de disparo de  $\alpha = 30^\circ$ :

X / mm	x / mm	Y <sub>1</sub> / mm	Y <sub>2</sub> / mm	y / mm	$\Delta y$ / mm
100	210	110	140	87,5	2,5
150	260	135	165	112,5	2,5
200	310	155	185	132,5	2,5
250	360	165	195	142,5	2,5
300	410	175	205	152,5	2,5
350	460	180	210	157,5	2,5
400	510	185	215	162,5	2,5
450	560	185	215	162,5	2,5
500	610	180	210	157,5	2,5
550	660	175	205	152,5	2,5
600	710	165	200	145,0	5
650	760	150	185	130,0	5
700	810	140	170	117,5	2,5
750	860	120	155	100,0	5

Tab. 4: Coordenadas de la curva de vuelo para el ángulo de lanzamiento  $\alpha = 45^\circ$ :

X / mm	x / mm	Y <sub>1</sub> / mm	Y <sub>2</sub> / mm	y / mm	$\Delta y$ / mm
0	110	120	155	100	5
50	160	160	195	140	5
100	210	195	225	172,5	2,5
150	260	225	260	205	5
200	310	255	290	235	5
250	360	275	310	255	5
300	410	295	330	275	5
350	460	310	345	290	5
400	510	325	355	302,5	2,5
450	560	330	360	307,5	2,5
500	610	330	360	307,5	2,5
550	660	325	355	302,5	2,5
600	710	320	350	297,5	2,5
650	760	310	340	287,5	2,5
700	810	290	320	267,5	2,5
750	860	270	305	250	5
800	910	245	285	227,5	7,5
850	960	220	255	200	5
900	1010	185	225	167,5	7,5
950	1060	145	190	130	10
1000	1110	110	150	92,5	7,5

Tab. 5: Coordenadas de la curva de vuelo para el ángulo de lanzamiento  $\alpha = 60^\circ$ :

X / mm	x / mm	Y <sub>1</sub> / mm	Y <sub>2</sub> / mm	y / mm	$\Delta y$ / mm
0	11	195	245	182,5	12,5
50	16	260	305	245	10
100	21	310	350	292,5	7,5
150	26	370	410	352,5	7,5
200	31	405	440	385	5
250	36	440	485	425	10
300	41	465	495	442,5	2,5
350	46	480	510	457,5	2,5
400	51	480	510	457,5	2,5
450	56	475	505	452,5	2,5
500	61	460	490	437,5	2,5
550	66	435	470	415	5
600	71	405	445	387,5	7,5
650	76	355	400	340	10
700	81	310	355	295	10
750	86	245	295	232,5	12,5
800	91	170	240	167,5	22,5

Tab. 6: Coordenadas de la curva de vuelo para el ángulo de lanzamiento  $\alpha = 75^\circ$ :

X / mm	x / mm	Y <sub>1</sub> / mm	Y <sub>2</sub> / mm	y / mm	$\Delta y$ / mm
0	110	310	430	332,5	47,5
50	160	450	510	442,5	17,5
100	210	525	570	510	10
150	260	575	605	552,5	2,5
200	310	575	610	555	5
250	360	540	585	525	10
300	410	470	525	460	15
350	460	360	440	362,5	27,5
400	510	225	320	235	35

## EVALUACIÓN

### Determinación del alcance del tiro en dependencia con el ángulo de lanzamiento:

Fig. 4 muestra gráficamente la dependencia del alcance del tiro  $s$  con el ángulo de lanzamiento  $\alpha$  basándose en los valores de medida de la tabla 1. La curva dibujada entre los puntos de medida se calcula de acuerdo con (9) para una velocidad  $v_0 = 3,42 \text{ m/s}$

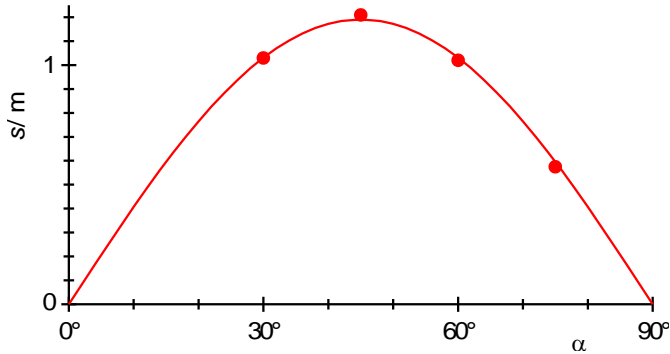


Fig. 4: Alcance del tiro en dependencia con el ángulo de lanzamiento.

Con un ángulo de disparo de  $\alpha = 45^\circ$  se logra el máximo alcance  $s_{\text{max}}$  de todas las curvas de vuelo.

### Determinación del máximo alcance del tiro $s_{\text{max}}$ en dependencia con la velocidad de lanzamiento $v_0$ :

Del alcance máximo  $s_{\text{max}}$  logrado con el ángulo de  $45^\circ$  se puede calcular la velocidad de lanzamiento  $v_0$ . Debido a la ecuación 9 se tiene que:

$$v_0 = \sqrt{g \cdot s_{\text{max}}}$$

Los resultados se muestran en la tabla 2

### Registro punto a punto de la “parábola de vuelo” en dependencia con el ángulo de lanzamiento:

La Fig. 5 muestra una representación gráfica de las curvas de vuelo listadas en las tablas de 3 a 6. Un análisis exacto muestra que las curvas de vuelo se desvían un poco de la forma parabólica, porque se debe tener en cuenta la fricción de la esfera con el aire.

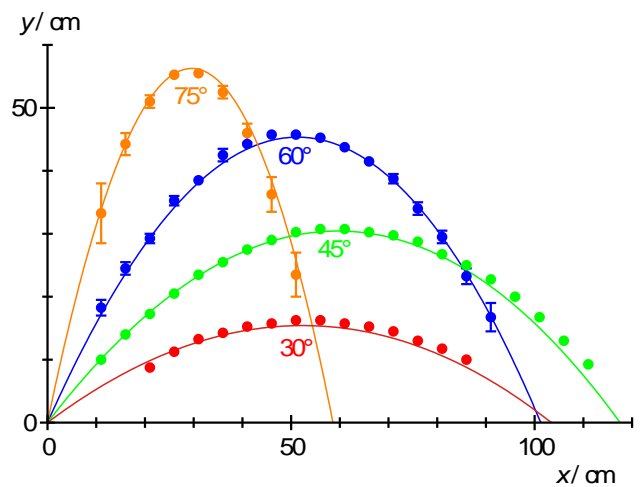


Fig. 5: Parábolas de vuelo medidas y calculadas bajo diferentes ángulos de disparo, con velocidad de disparo mínima y teniendo en cuenta la fricción del aire.