

Movimientos de rotación uniformemente acelerados

COMPROBACIÓN DE LA ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO DE NEWTON

- Registro punto a punto del diagrama Ángulo de rotación vs. Tiempo de un movimiento de rotación uniformemente acelerado.
- Determinación de la proporcionalidad entre el ángulo de rotación y el cuadrado del tiempo.
- Determinación de la aceleración angular en dependencia con el par de fuerzas que acelera y comprobación de la ecuación de movimiento de Newton.
- Determinación de la aceleración angular en dependencia con el momento de inercia y comprobación de la ecuación de movimiento de Newton.

UE1040101

03/16 JS

FUNDAMENTOS GENERALES

La rotación de un cuerpo rígido alrededor de un eje fijo se puede describir en analogía al movimiento de traslación unidimensional. Se reemplaza el camino s por el ángulo de rotación φ , la velocidad v por la velocidad angular ω , la aceleración a por la aceleración angular α , la fuerza acelerante F por el par de fuerzas M que actúa sobre el cuerpo rígido y la masa m por el momento de inercia J del cuerpo rígido alrededor del eje de rotación.

En analogía a las ecuaciones de Newton para el movimiento de traslación se tiene: Un cuerpo rígido, colocado en tal forma que pueda rotar, teniendo el momento de inercia J , experimenta una aceleración angular α cuando el par de fuerzas

$$M = J \cdot \alpha \quad (1)$$

actúa sobre él. Si sobre él actúa un par de fuerzas constante, el cuerpo realizará un movimiento angular con una aceleración angular constante.

En el experimento se estudia este proceso en un sistema giratorio sobre un cojín neumático y por lo tanto con una fricción muy reducida. El movimiento se inicia en el momento $t_0 = 0$ con una velocidad angular $\omega = 0$ y rota en el tiempo t un ángulo

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \quad (2)$$



Fig. 1: Montaje de medición para el estudio de movimientos de rotación uniformemente acelerados

LISTA DE EQUIPOS

1 Sistema giratorio sobre cojín neumático @ 230 V	1000782 (U8405680-230)
0	
1 Sistema giratorio sobre cojín neumático @ 115 V	1000781 (U8405680-115)
1 Sensor de reflexión de Laser	1001034 (U8533380)
1 Contador digital @ 230 V	1001033 (U8533341-230)
0	
1 Contador digital @ 115 V	1001032 (U8533341-115)

El par de fuerzas M resulta del peso de una masa que acelera m_M , que actúa sobre el cuerpo a una distancia r_M del eje de rotación:

$$M = r_M \cdot m_M \cdot g \quad (3)$$

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2} : \text{Aceleración de caída libre}$$

Si se colocan sobre la varilla de haltera del sistema giratorio dos masas adicionales m_J a una distancia r_J del eje de rotación, el momento de inercia se aumenta en un valor dado por

$$J = J_0 + 2 \cdot m_J \cdot r_J^2 \quad (4)$$

J_0 : Momento de inercia sin las masas adicionales

Tanto para variar la aceleración así como para aumentar la inercia se tienen a disposición varias masas. Además se pueden variar las distancias r_M y r_J . En esta forma se puede estudiar la aceleración angular para comprobar la fórmula (1) en dependencia con el momento de inercia y el par de fuerzas.

MONTAJE

- Se monta el sistema giratorio sobre cojín neumático siguiendo las instrucciones de uso a se orienta horizontalmente.
- Se coloca el disco giratorio encima se enrolla la polea de desviación.
- Se pone el sensor de reflexión Láser sobre la consola de la unidad de Marcha/Parada.
- La palanca de disparo de la unidad de Marcha/Parada se presiona hacia arriba.
- Se pone en marcha el soplador y la unidad de Marcha/Parada con su índice se desplaza hasta el borde del disco giratorio, así que éste quede enclavado.
- Se gira el disco giratorio hasta que el índice quede en la posición 0° .
- Teniendo en cuenta el código de colores de los casquillos, se conecta la unidad de Marcha/Parada en la entrada de Marcha del sensor de reflexión de Láser y en la entrada Parada del contador digital.
- Se desplaza el sensor de reflexión de Láser así que la luz pase a través del orificio de la posición 0° del disco giratorio.
- El conmutador de selección del contador digital se ajusta en la posición $\Delta t_{AB} / ms$.

EJECUCIÓN

a) Registro punto a punto de un movimiento de rotación uniformemente acelerado:

- Se enrolla el hilo en el escalón medio de la polea de desviación ($r_M = 10 \text{ mm}$) y se cuelgan masas de gancho con una masa total de 3 g ($m_M = 3 \text{ g}$).
- Se gira el disco giratorio hasta un ángulo de inicio de 10° .
- Pulsando la palanca se arranca un movimiento giratorio y se espera hasta que la medición del tiempo sea detenida por el contador digital.
- Se lee el tiempo y se anota en la tabla 1.
- Se realizan además mediciones de tiempo para los ángulos $\varphi = 40^\circ, 90^\circ$ y 250° y se anotan los resultados en la tabla 1.

b) Determinación de la aceleración angular en dependencia con el momento angular:

Para la medición de la aceleración angular α en dependencia con los parámetros M y J , se mide cada vez el tiempo para una rotación en 90° ($t(90^\circ)$), en este caso vale:

$$\alpha = \frac{\pi}{t(90^\circ)^2}$$

- Se gira el disco giratorio hasta un ángulo de inicio de 90° .
- En el hilo se cuelga una masa de gancho de $m_M = 1 \text{ g}$.
- Se arranca el movimiento giratorio pulsando la palanca y se espera hasta que la medición del tiempo sea detenida por el contador digital.
- Se lee el tiempo $t(90^\circ)$ y se anota en la tabla 2a.
- Se realizan mediciones de tiempo para las masas $m_M = 2 \text{ g}, 3 \text{ g}$ y 4 g y se anotan los resultados en la tabla 2a.
- De los tiempos medidos se calculan las aceleraciones angulares α y se anotan en la tabla 2a.
- Se enrolla el hilo en el escalón menor de la polea de desviación ($r_M = 5 \text{ mm}$) y se cuelgan masas de gancho en total de 3 g ($m_M = 3 \text{ g}$).
- Se determina el tiempo $t(90^\circ)$ para una rotación del disco en 90° y se anota en la tabla 2b.
- Se realiza también la medición de tiempo para el radio $r_M = 15 \text{ mm}$ y se anota el resultado en la tabla 2b.
- De los tiempos medidos se calculan las aceleraciones angulares α y se anotan en la tabla 2b.

c) Determinación de las aceleraciones angulares en dependencia con el momento de inercia:

- Se enrolla el hilo en el escalón medio de la polea de desviación ($r_M = 10 \text{ mm}$) und se cuelgan masas de gancho de un total de 3 g ($m_M = 3 \text{ g}$).
- Se determina el tiempo $t(90^\circ)$ para una rotación del disco en 90° se anota en la tabla 3.
- Se cuelgan dos masas adicionales $m_J = 50 \text{ g}$ en la varilla de haltera, simétricas con respecto al eje de rotación, a una distancia de $r_J = 30 \text{ mm}$.
- Se determina el tiempo $t(90^\circ)$ y se anota en la tabla 3.
- Las distancias r_J se aumentan en pasos de 20 mm, cada vez se determina el tiempo $t(90^\circ)$ y se anota en la tabla 3.

EJEMPLO DE MEDICIÓN

a) Registro punto a punto de un movimiento de rotación uniformemente acelerado:

Tab. 1: Ángulo de rotación φ y tiempos t de un movimiento de rotación uniformemente acelerado

φ	t / ms	φ	t / ms
0°	0	90°	3078
10°	1025	160°	4132
40°	2038	250°	5184

b) Determinación de la aceleración angular en dependencia con el momento angular que acelera:

Tab. 2a: Aceleración angular α en dependencia con momento angular M (calculado de acuerdo con la Ec. 3). Medición con el radio constante $r_M = 10 \text{ mm}$ de la fuerza aplicada.

m_M / g	$M / \text{mN mm}$	$t(90^\circ) / \text{s}$	$\alpha / \text{rad/s}^2$
1	98	5,2	0,12
2	196	3,8	0,22
3	294	3,1	0,33
4	392	2,6	0,46

Tab. 2b: Aceleración angular α en dependencia con el momento angular M (calculada de acuerdo con Ec. 3) Medición con la masa constante $m_M = 3 \text{ g}$ del peso de gancho colgado.

r_M / mm	$M / \text{mN mm}$	$t(90^\circ) / \text{s}$	$\alpha / \text{rad/s}^2$
5	147	4,4	0,16
10	294	3,1	0,33
15	441	2,5	0,50

c) Determinación de la aceleración angular en dependencia con el momento de inercia

Tab. 3: Aceleración angular α en dependencia con el momento de inercia J (calculado de acuerdo con la Ec. 4, con $J_0 = 0,873 \text{ g m}^2$). Parámetros de medida: $m_M = 3 \text{ g}$, $r_M = 10 \text{ mm}$, $m_J = 50 \text{ g}$

r_J / mm	$J / \text{g m}^2$	$J_{\text{ges}} / \text{g m}^2$	$t(90^\circ) / \text{s}$	$\alpha / \text{rad/s}^2$
0	0,000	0,873	3,098	0,33
30	0,090	0,963	3,277	0,29
50	0,250	1,123	3,46	0,26
70	0,490	1,363	3,857	0,21
90	0,810	1,683	4,276	0,17
110	1,210	2,083	4,724	0,14
130	1,690	2,563	5,231	0,11
150	2,250	3,123	5,778	0,09
170	2,890	3,763	6,307	0,08
190	3,610	4,483	6,93	0,07
210	4,410	5,283	7,481	0,06

EVALUACIÓN

a) Registro punto a punto de un movimiento de rotación uniformemente acelerado:

Primera variante:

Cálculo de las relaciones de los tiempos para los ángulos de giro $\varphi_0 = 10^\circ$, $\varphi_1 = 40^\circ$, $\varphi_2 = 90^\circ$ y $\varphi_3 = 250^\circ$

$$\frac{t(4 \cdot \varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{2038 \text{ ms}}{1025 \text{ ms}} = 2,0, \quad \frac{t(9 \cdot \varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{3078 \text{ ms}}{1025 \text{ ms}} = 3,0,$$

$$\frac{t(16 \cdot \varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{4132 \text{ ms}}{1025 \text{ ms}} = 4,0, \quad \frac{t(25 \cdot \varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{5184 \text{ ms}}{1025 \text{ ms}} = 5,1$$

Dentro de la exactitud de medida los tiempos se comportan como $5 : 4 : 3 : 2 : 1$, cuando los ángulos de giro están en la relación $25 : 16 : 9 : 4 : 1$. El ángulo de giro es proporcional al cuadrado del tiempo: $\varphi \propto t^2$

Segunda variante:

Una parábola entre los valores de medida comprueba que el ángulo de giro φ no es una función lineal del tiempo t . (ver Fig. 2)

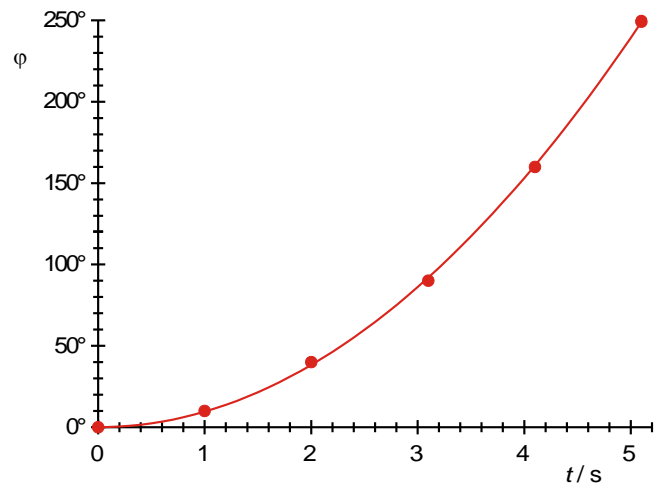


Fig. 2: Diagrama Ángulo de rotación vs. Tiempo de un movimiento uniformemente acelerado

Linealización haciendo la representación del ángulo de rotación en función del cuadrado del tiempo

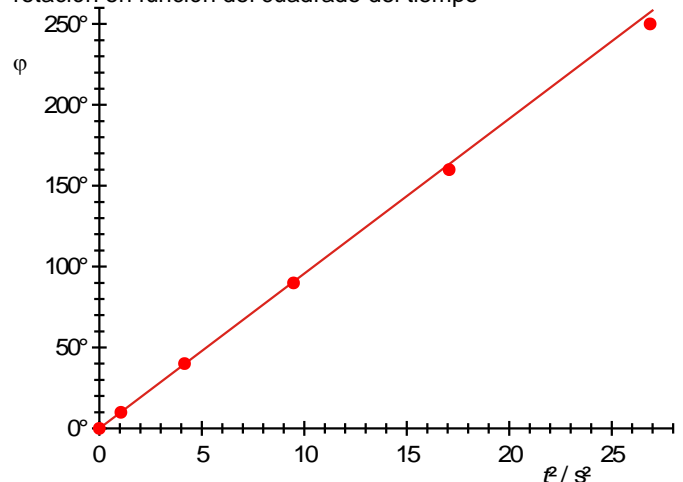


Fig. 3: Ángulo de rotación en función del tiempo al cuadrado

La concordancia de los valores de medida con las rectas adaptadas que pasan por el origen de coordenadas comprueba la Ec. 2. De la pendiente A de la recta se puede calcular la aceleración angular:

$$\alpha = 2 \cdot A = 18,68 \frac{\text{grad}}{\text{s}^2} = 0,326 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

b) Determinación de la aceleración angular en dependencia con el momento angular activo:

En la Fig. 4 se encuentran los datos de las tablas 2a y 2b representados gráficamente en un diagrama Ángulo de rotación vs. Momento angular. Dentro de la exactitud de medida concuerdan con las rectas dibujadas que pasan por el origen de coordenadas.

$$\alpha = \frac{1}{0,873 \text{ g m}^2} \cdot M$$

Así se comprueba la Ec. 1.

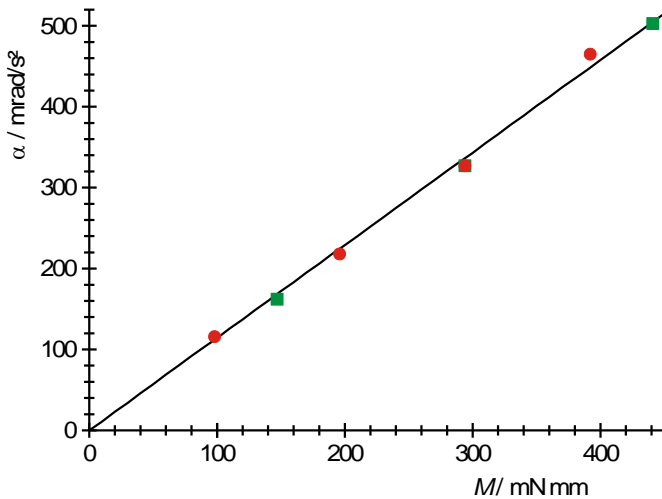


Fig. 4: Aceleración angular α en función del momento angular activo M (● : $r_M = 10 \text{ mm}$, ■ : $m_M = 3 \text{ g}$)

c) Determinación de la aceleración angular en dependencia con el momento de inercia:

Con recta que pasa por el origen en la Fig. 4 se calcula el valor $J_0 = 0,873 \text{ g m}^2$ para el momento de inercia del disco giratorio con varilla de haltera. Este valor se introduce en el cálculo del momento de inercia total J en la tabla 3.

En la Fig. 5 se encuentran los datos de la tabla 3 representados gráficamente en un diagrama Ángulo de rotación vs. Momento de inercia. Dentro de la exactitud de medida concuerdan con la hipérbola dibujada

$$\alpha = \frac{294 \text{ mN mm}}{J}$$

Así se comprueba la Ec. 1

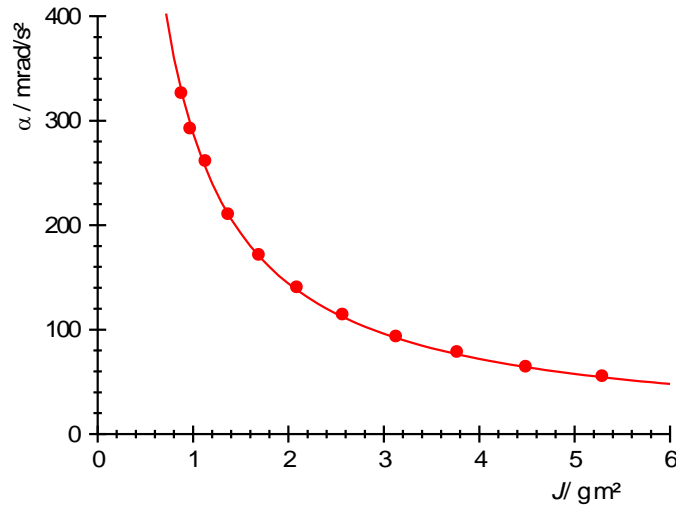


Fig. 5: Aceleración angular α en dependencia con el momento de inercia J .